Prof : Chortani Atef	Etudes de fonctions
3 Math+Sc	

Exercice N°1 :

Soit f la fonction définie sur IR\{1} par $f(x) = \frac{2x^2-3x+2}{x-1}$

et ζ_f sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$

1/ Calculer $\lim_{x\to1^+} f(x)$ et $\lim_{x\to1^-} f(x)$; interpréter graphiquement les résultats

2/ Soit la droite D : y = 2x – 1

a) Montrer que D est une asymptote à ζ_f au voisinage de $+\infty$

b) Etudier la position de ζ_f par rapport à D pour x >1

3/a) Déterminer le domaine de dérivabilité de f et calculer f '(x)

b) Dresser le tableau de variation de f

Exercice N°2 :

On considère la fonction f définie sur IR par $f(x) = \begin{cases} \frac{x+1}{x-1} & \text{si } x\in\left]-\infty,0\right] \\ x\sqrt{x}-1 & \text{si } x\in\left]0,+\infty\right[\end{cases}$

On désigne par ζ_f la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$

1/ Montrer que f est continue en 0

2/ f est elle dérivable en 0 ?

3/ Déterminer une équation cartésienne de la tangente à ζ_f au point d'abscisse 1

4/ Calculer $\lim_{x\to-\infty}[f(x)-1]$. Interpréter graphiquement le résultat

EXERCICE N°3

I) Soit la fonction f définie par : $f(x) = \frac{2x^2-7x+8}{x-2}$. On désigne par (C_f) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $R=(o,\vec{u},\vec{v})$

1) Vérifier que $f(x) = 2x-3 + \frac{2}{x-2}$

2) Montrer que le point I (2,1) est un centre de symétrie de (C_f).

3) Montrer que (C_f) admet deux asymptotes dont on donnera les équations.

4) Etudier la position de (C_f) par rapport à la droite D : y = 2x - 3

5) Etudier f et tracer sa courbe.

II) Soit la fonction g définie par $g(x) = \frac{2x^2-4x-3|x-1|+5}{|x-1|-1}$

On désigne par (C_g) la courbe de g dans un repère orthonormé $R=(o,\vec{u},\vec{v})$.

1) Déterminer le domaine de définition de g.

2) Montrer que la droite Δ : x = 1 est un axe de symétrie de (C_g)

3) Calculer $\lim_{x\to1^+}\frac{g(x)-g(1)}{x-1}$ et $\lim_{x\to1^-}\frac{g(x)-g(1)}{x-1}$. Conclure et interpréter géométriquement les résultats obtenus.

4) Déterminer l'expression de g(x) pour $x \in [1\ ;+\infty[\backslash\{2\}$.

5) Tracer la courbe de g dans le repère R. (on utilisera la courbe de f)

<u>Exercice N°4</u>

Soit f la fonction définie sur IR par : $f(x)=-x^3+6x^2-9x+1$ et soit C_f sa courbe représentative dans un repère orthonormée $\left(o\ ,\vec{i},\vec{j}\right)$

1/ Montrer que f est dérivable sur IR et calculer $f^{'}(x)$

2/ Dresser le tableau de variation de f

3/ Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f(x)}{x}$ et $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{f(x)}{x}$; interpréter graphiquement ces résultats.

4/ Construire (C_f)

5/ a) Construire dans le même repère $C_{|f|}$

b) Donner le nombre des solutions dans IR de l'équation $|f(x)|=1$

<u>Exercice N°5</u>

Soit g la fonction définie sur $]-1\ ,+\infty[$ par $g(x)=\dfrac{x^2+x+1}{x+1}$ et (C_g) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $\left(o\ ,\vec{i},\vec{j}\right)$

1/ Calculer $\lim\limits_{x\to-1^+}g(x)$, interpréter graphiquement le résultat obtenu

2/ Montrer que $\Delta : y=x$ est une asymptote à (C_g) au voisinage de $+\infty$

3/ a) Calculer $g'(x)$

b) Dresser le tableau de variation de g

4/ Construire (C_g)

5/ Déterminer suivant les valeurs de m, le nombre des solutions de l'équation : g(x) = m, où mest un réel strictement positif.

<u>Exercice N °6</u>

On considère la fonction $f : x \mapsto \begin{cases} x+\sqrt{x^2+2x} & si \quad x\geq 0 \\ \dfrac{x}{\sqrt{x^2-x}} & si \quad x<0 \end{cases}$

1) Montrer que f est bien définie sur IR

2) Montrer que f est continue en 0.

3) Etudier la dérivabilité de f à droite et à gauche en 0.
Interpréter graphiquement les résultats obtenus.

4) a) Montrer que la droite D : y = 2x + 1 est une asymptote de (C_f)

b) Etudier la position de (C_f) par rapport à D.

5) Calculer la limite de f en $-\infty$. Interpréter ce résultat.

6) Tracer (C_f) dans un repère orthonormé $(o,\vec{u},\vec{v})$.